

問題 6.1. 共役な複素数

次の複素数と共役な複素数を求めよ.

(1) $-i$ (2) 2 (3) $(1+2i)(2-3i)$

$$(1) \overline{-i} = \underline{i} \quad -i = 0 - i$$

$$(2) \overline{2} = \underline{2} \quad 2 = 2 + 0i.$$

$$(3) \overline{(1+2i)(2-3i)}$$
$$= \overline{8+i} = \underline{8-i}.$$

$$[別] \overline{(1+2i)(2-3i)}$$
$$= \overline{(1+2i) \cdot (2-3i)}$$
$$= \overline{(1-2i)(2+3i)}$$
$$= \underline{8-i}.$$

問題 6.2. 実数係数方程式の解

a, b を実数とする. x の3次方程式は, $x^3 + 2x^2 + ax + b = 0$ は, $x = 1 - 2i$ を解にもつ. 残りの解と, a, b を求めよ.

実数係数の3次方程式ゆえ,

$x = 1 - 2i$ であるので, $x = 1 + 2i$ も解.

残りの解を α とおくと,

$$\begin{cases} (1-2i) + (1+2i) + \alpha = -2 & \dots \textcircled{1} \\ (1-2i)(1+2i) + (1-2i)\alpha + (1+2i)\alpha = a & \dots \textcircled{2} \\ (1-2i)(1+2i)\alpha = -b & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

①より

$$2 + \alpha = -2 \quad \therefore \alpha = -4$$

②より,

$$5 + 2\alpha = a \quad \therefore a = 5 - 8 = -3$$

③より,

$$5\alpha = -b \quad \therefore b = -5\alpha = 20$$