

問題 4. 複素数平面の実数倍

複素数平面上の4点 $0, \sqrt{3}+i, 1+ai, b-2i$ が同一直線上にあるとき、実数 a, b の値を求めよ。

$0, \sqrt{3}+i, 1+ai$ が同一直線上

$$\Leftrightarrow 1+ai = k(\sqrt{3}+i)$$

となる実数 k がある

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \sqrt{3}k & \text{となる} \\ a = k & \text{実数 } k \text{ がある} \end{cases}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ である} \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$0, \sqrt{3}+i, b-2i$ が同一直線上

$$\Leftrightarrow b-2i = l(\sqrt{3}+i)$$

となる実数 l がある

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \sqrt{3}l & \text{となる} \\ -2 = l & \text{実数 } l \text{ がある} \end{cases}$$

$$l = -2 \text{ である} \Rightarrow b = -2\sqrt{3}$$